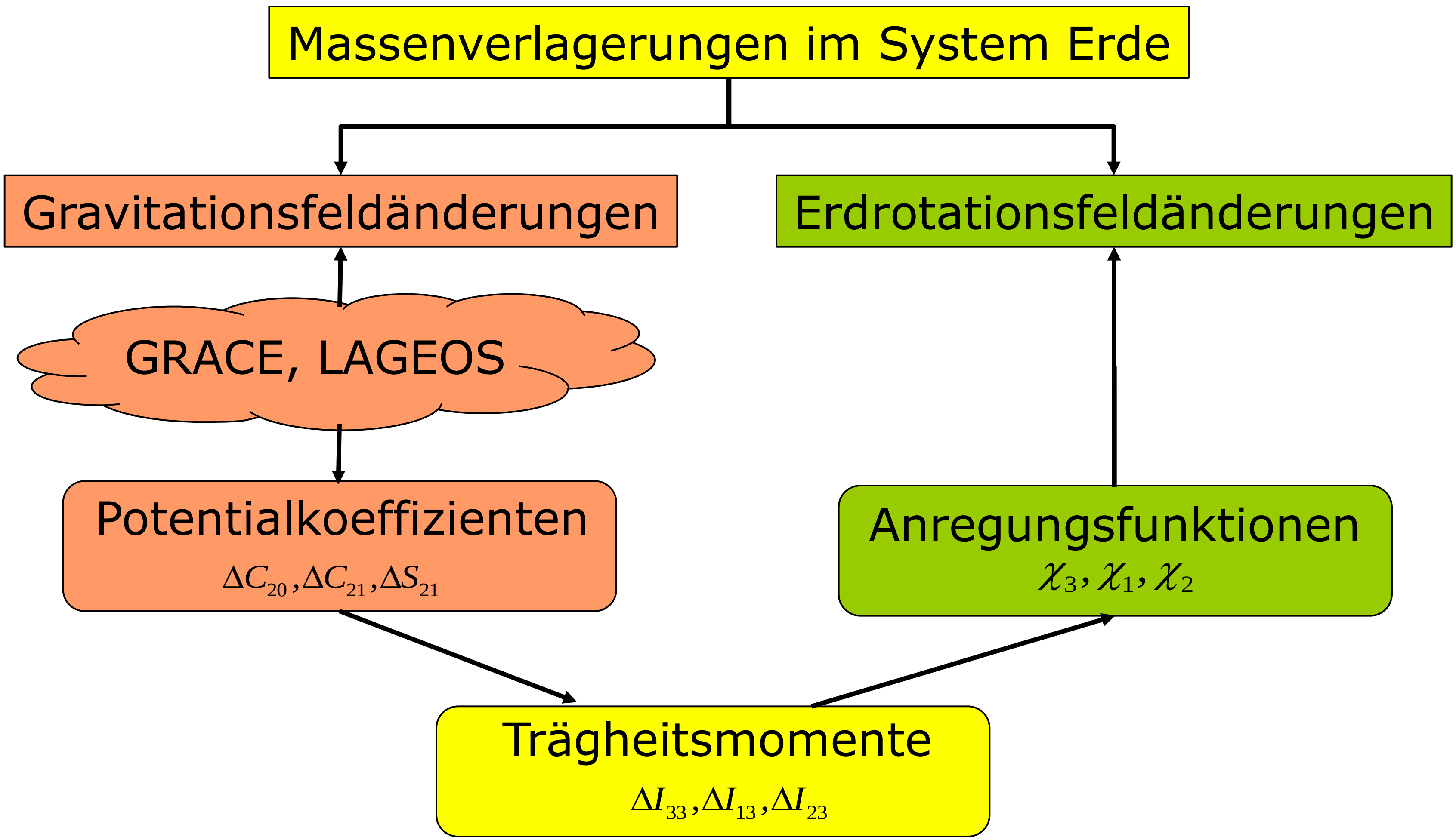
Kombination geophysikalischer Anregungsfunktionen: Berechnung der Kofaktormatrix mit der „N-cornered-hat“ Methode

Franziska Göttl[1], Urs Hugentobler[2], Michael Schmidt[1]

[1] Deutsches Geodätisches Forschungsinstitut DGFI

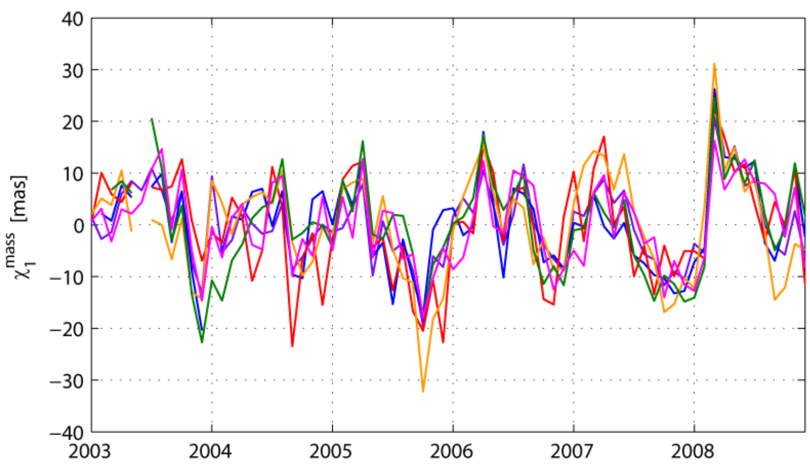
[2] Institut für Astronomische und Physikalische Geodäsie, TUM

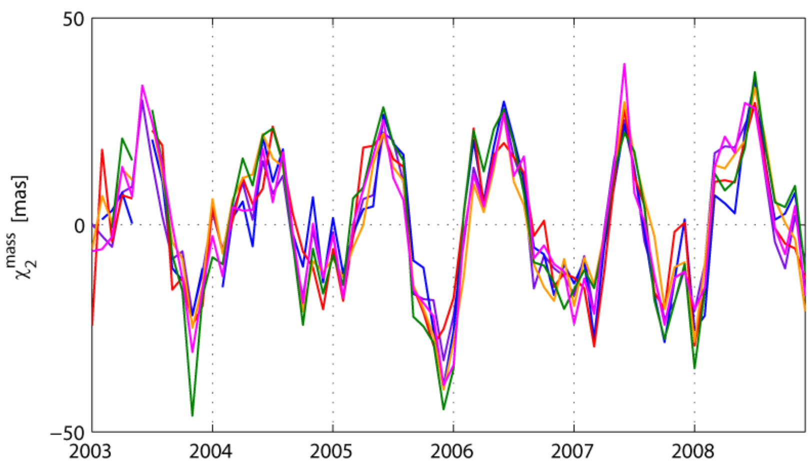
Bestimmung von Anregungsfunktionen



Bestimmung von Anregungsfunktionen

- **Integraler Masseneffekt abgeleitet von Gravitationsfeldänderungen**





- **GFZ:** GeoForschungsZentrum Potsdam, RL04, GSM+GAC
- **CSR:** Center for Space Research, RL04, GSM+GAC
- **JPL:** Jet Propulsion Laboratory, RL04, GSM+GAC
- **ITG:** IGG Universität Bonn, ITG-Grace2010 (täglich), GSM+GAC
- **GRGS:** Group de Recherches de Géodésie Spatiale, RL02, GSM+GAC
- **SLR:** Center for Space Research

Kombination von Anregungsfunktionen

Gewichtete kleinste Quadrate-Ausgleichung der gravimetrisch bestimmten Anregungsfunktionen.

Mit Hilfe der Hauptdiagonalelemente der Varianz-Kovarianzmatrix der Beobachtungen wird die Gewichtung der Beobachtungen bei der Ausgleichung festgelegt.

<u>Problem:</u> Die Standardabweichungen der Beobachtungen sind nicht bekannt.

$\Rightarrow$Die Fehler der geodätischen Anregungsfunktionen müssen empirisch bestimmt werden.

Es wurden zwei Ansätze getestet:

- **Herkömmliche Methode:**

$$\sigma_{j,n}{}^2 = \frac{\sum_{k=1}^{K}[\chi_{j,n}(t_k) - \overline{\chi}_j(t_k)]^2}{K-1} \quad mit \quad \begin{cases} \text{Komponente} & j \in \{1,2\} \\ \text{Prozessierungzentren} & n \in \{1,\ldots,N\} \\ \text{diskrete Zeitpunkte} & k \in \{1,\ldots,K\} \end{cases}$$

Kombination von Anregungsfunktionen

- **„N-cornered-hat“ (NCH) Methode (Tavella and Premoli, 1994):**
  - Subtraktion einer beliebigen Referenzzeitreihe
    $$Y_{iN} = X_i - X_N = (soll + \varepsilon_i) - (soll + \varepsilon_j) = \varepsilon_i - \varepsilon_j$$
  - (N-1)×(N-1) Kovarianzmatrix der Differenzzeitreihen D
    $$D = \mathrm{cov}(Y_{iN}, Y_{jN}) \quad i, j = 1, \ldots N-1$$
  - N×N Kovarianzmatrix des Rauschens R
    $$R = \mathrm{cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) \quad mit \quad r_{ij} = d_{ij} - r_{NN} + r_{iN} + r_{jN}$$
    - Unterbestimmt: $n = (N-1)N/2 \;\; und \;\; u = (N+1)N/2$
    - Annahme: R positiv definit, $\det(R) > 0$
    - Annahme: geringe Korrelation, Zielfunktion
      $$F(r_{1N}, \ldots r_{NN}) = \sum_{i<j}^{N} \frac{r_{ij}^{\;2}}{r_{ii} r_{jj}}$$
      Summe der Kreuzkorrelationen soll minimal sein!
    - Minimierung liefert die N freien Parameter r_{iN}, r_{NN}
  - Empirische Varianzen
    $$\sigma_n^2 = diag(R)$$

Anwendung der „N-cornered-hat“ Methode

Anregungsfunktion für den integralen Masseneffekt:

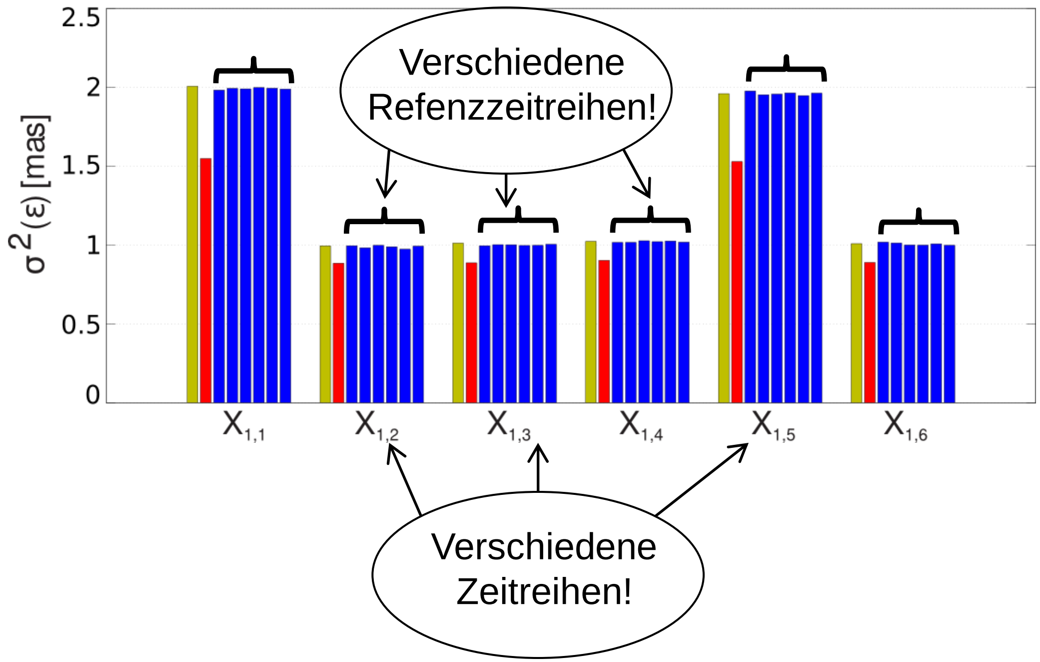
• Anzahl der Zeitreihen:	N = 6
• *Abtastung:*	*Monatlich*
• Länge der Zeitreihen:	6 Jahre
• Rauschen der Zeitreihen:	nicht gering
• Korrelation:	unbekannt

Testen der „N-cornered-hat“ Methode mit Simulationen:

- Können für 6 Zeitreihen gute Ergebnisse erzielt werden?
- Wie stark wirkt sich die Abtastung der Signale auf die Ergebnisse aus?
- Kann diese Methode auch für stark verrauschte Signale genutzt werden?
- Wie stark beeinflusst die Korrelation des Rauschens die Ergebnisse?

Anwendung der „N-cornered-hat“ Methode

1. Simulation: N=6, 6 Stunden, 6 Jahre, geringes Rauschen, geringe Korrelation



wahre Varianz

Herkömmliche Methode

„N-cornered-hat“ Methode

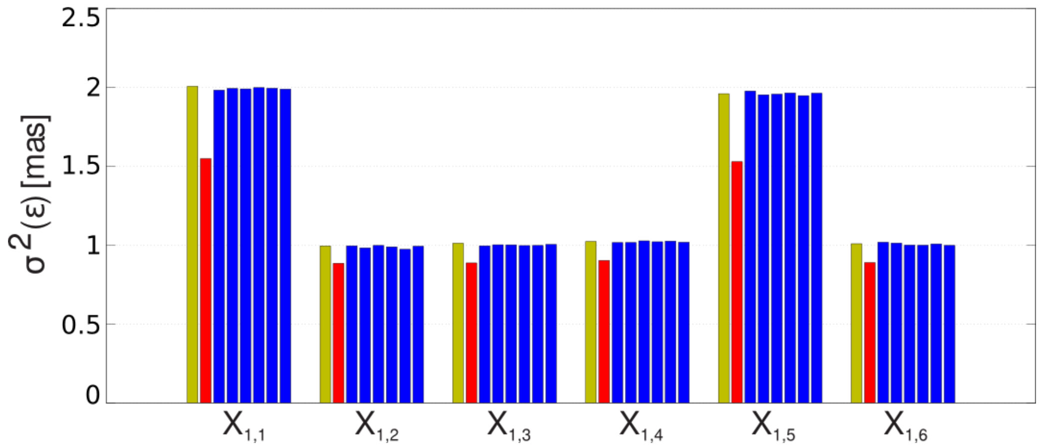
Prozentuale Abweichung:

10% - 23% 0.4% - 1.6%

⇒ Für N=6 können sehr gute Ergebnisse erzielt werden

Anwendung der „N-cornered-hat“ Methode

1. Simulation: N=6, 6 Stunden, 6 Jahre, geringes Rauschen, geringe Korrelation



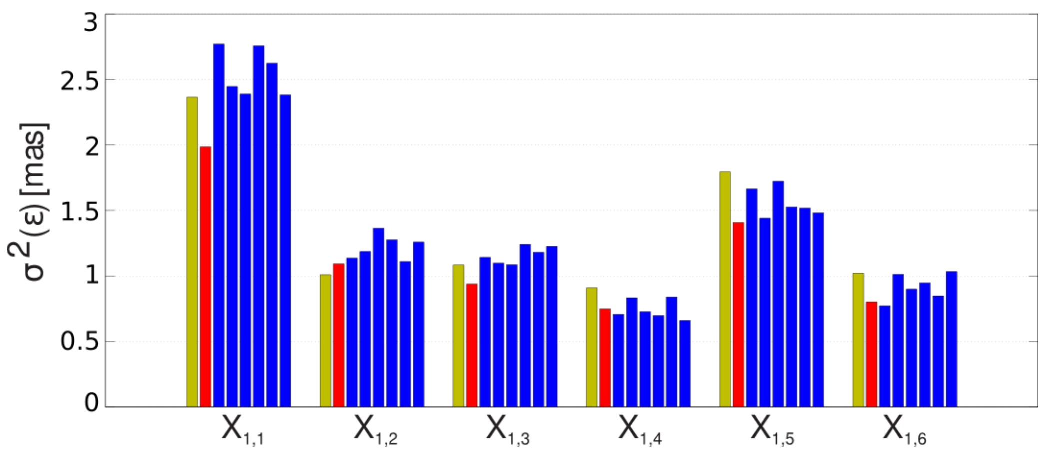
wahre Varianz
Herkömmliche Methode
„N-cornered-hat“ Methode

Prozentuale Abweichung:

10% - 23%   0.4% - 1.6%

$\Rightarrow$ Für N=6 können sehr gute Ergebnisse erzielt werden

2. Simulation: N=6, Monatlich, 6 Jahre, geringes Rauschen, geringe Korrelation



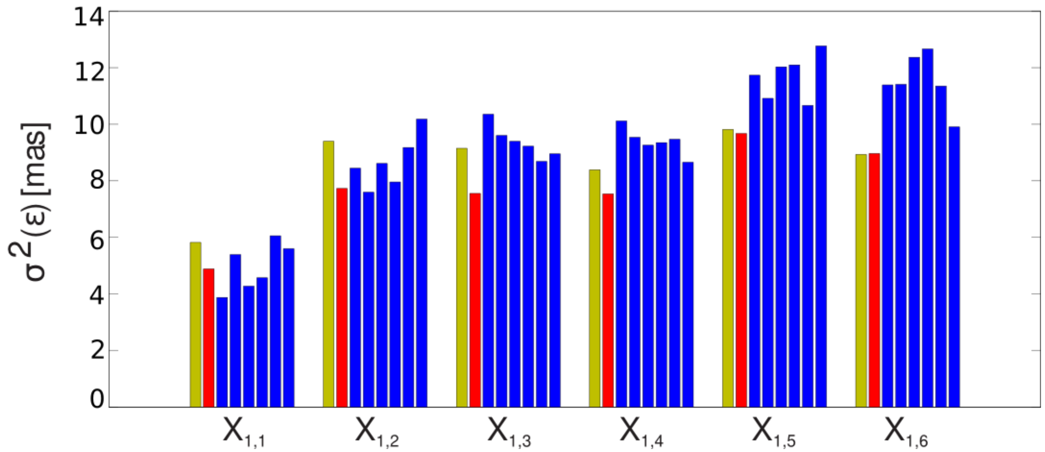
Prozentuale Abweichung:

3% - 28%   3% - 21%

$\Rightarrow$ Je geringer die Abtastung desto schlechter können die Varianzen bestimmt werden.

Anwendung der „N-cornered-hat“ Methode

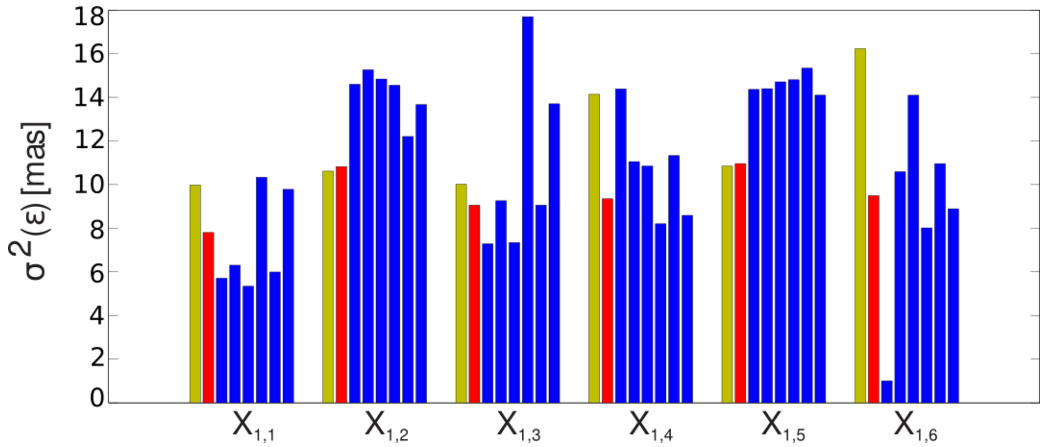
3. Simulation: N=6, Monatlich, 6 Jahre, hohes Rauschen, geringe Korrelation



Prozentuale Abweichung:
4% - 25% 4% - 21%

⇒ Die Höhe des Rauschens hat keinen starken Einfluss

4. Simulation: N=6, Monatlich, 6 Jahre, hohes Rauschen, hohe Korrelation (60%)



Prozentuale Abweichung:
3% - 37% 8% - 41%

⇒ Je höher die Korrelation desto schlechter können die Varianzen bestimmt werden

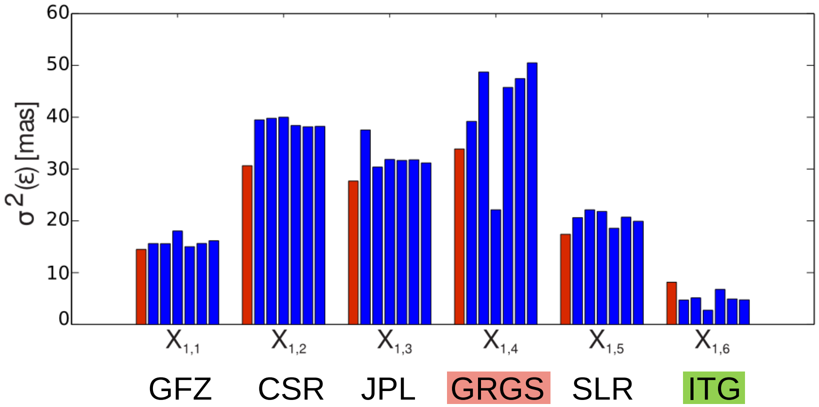
⇒ Die Wahl der Referenzzeitreihe ist wichtig

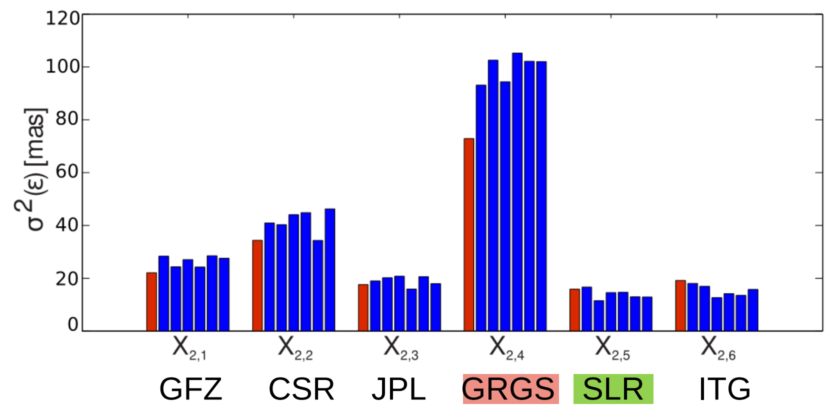
Kombination von Anregungsfunktionen

Gewichtete kleinste Quadrate-Ausgleichung der gravimetrisch bestimmten Anregungsfunktionen.

Mit Hilfe der Hauptdiagonalelemente der Varianz-Kovarianzmatrix der Beobachtungen wird die Gewichtung der Beobachtungen bei der Ausgleichung festgelegt.

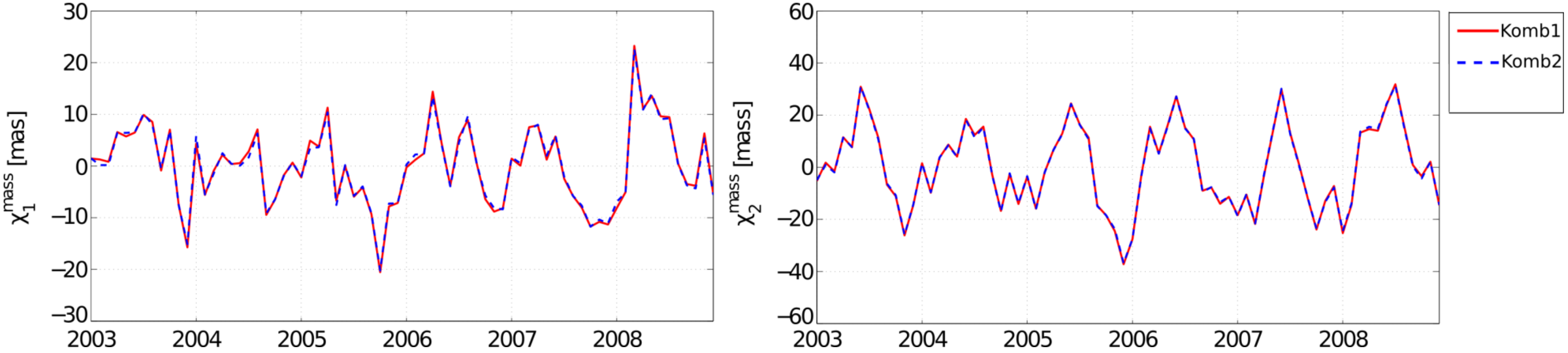
Die Fehler der geodätischen Anregungsfunktionen werden mit der herkömmlichen Methode und der NCH-Methode empirisch bestimmt.





Kombination von Anregungsfunktionen

Ergebnisse der Ausgleichung mit (1) der herkömmlichen Methode und (2) der NCH-Methode.



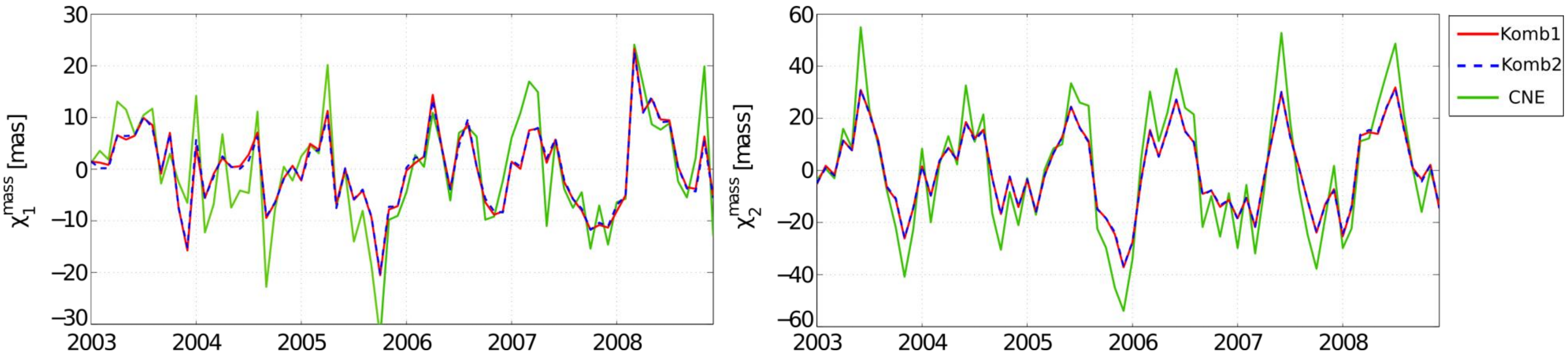
- Die Ausgleichungsergebnisse unterscheiden sich geringfügig ($\pm$1.5 mas).
- Die Fehler der Ausgleichungsergebnisse sind mit der herkömmlichen Methode etwas größer als mit der NCH-Methode.

  χ_1: 1.7 / 1.5 mas und χ_2: 2.0 / 1.9 mas

Vergleich mit externen Lösungen

Integraler Masseneffekt abgeleitet von Erdorientierungsparametern und relativen Drehimpulsen der Atmosphäre und Ozeane

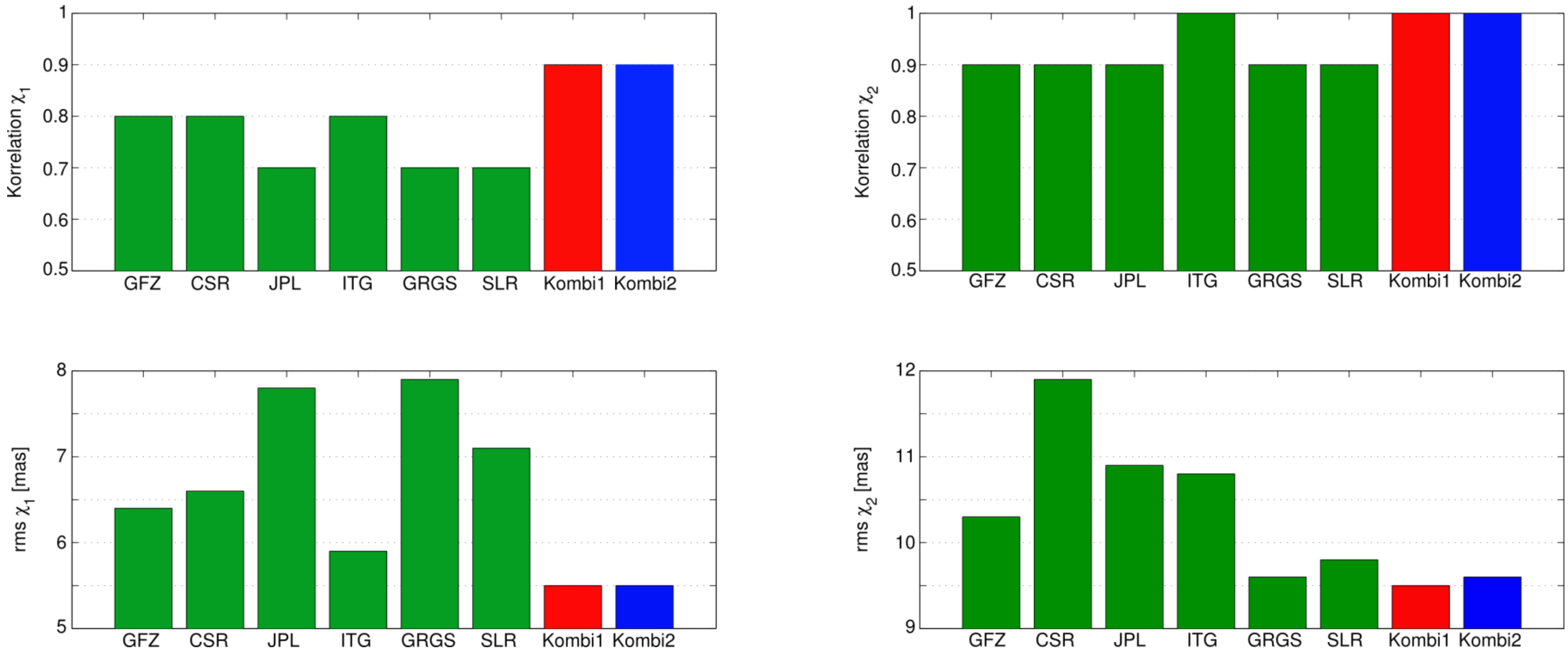
CNE: C04 08-NCEP-ECCO



Vergleich mit externen Lösungen

Integraler Masseneffekt abgeleitet von Erdorientierungsparametern und relativen Drehimpulsen der Atmosphäre und Ozeane

CNE: C04 08-NCEP-ECCO



Zusammenfassung

- **„N-cornered-hat“ Methode**
  - Liefert für hoch abgetastete Zeitreihen, deren Rauschen nur gering korreliert ist, sehr gute Ergebnisse.
  - Je geringer die Abtastung der Zeitreihe und je höher die Korrelation des Rauschens desto schlechter können die empirischen Varianzen bestimmt werden.

- **Integraler Masseneffekt**
  - Die kombinierten gravimetrischen Lösungen zeigen höhere Übereinstimmungen mit den reduzierten geometrischen Lösungen als die Einzellösungen
  - Mit Hilfe der herkömmlichen Methode zur empirischen Fehlerbestimmung können sehr ähnliche Ausgleichungsergebnisse erzielt werden wie mit der NCH-Methode.

Fazit: Für unsere Arbeiten können die empirischen Varianzen mit der herkömmlichen Methode bestimmt werden.

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!

Vielen Dank an
die Deutsche Forschungsgemeinschaft DFG
für die Förderung dieser Forschungsarbeiten
im Rahmen der Forschergruppe FOR 584