

1. Einleitung

Die Kenntnis der genauen Satellitenposition ist essentiell für zahlreiche geodätische Aufgaben.

Satellitenbahnmodellierung

- o Aus Anfangszustand (Position und Geschwindigkeit) sollen Zustandsvektoren für spätere Zeitpunkte berechnet werden
- o Methode: schrittweise Modellierung durch numerische Integration
- o Voraussetzung: Modellierung der Satellitenbeschleunigung



SWARM

- o Satellitenmission der ESA seit 2013
- o Drei baugleiche Low-Earth-Orbiter
- o Polarorbit in 480 bzw. 530 km Höhe
- o Erforschung des Erd-Magnetfeldes

2. Beschleunigung durch das Erdschwerefeld

- o Berechnet mit vollständig normierten Kugelfunktionen: [1]

$$\mathbf{a}_g(x, y, z) = \mathbf{J} \cdot \frac{GM_\oplus}{r} \sum_{n=0}^{n_{max}} \left(\frac{R_\oplus}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n \begin{bmatrix} -\frac{n+1}{r} (\bar{C}_{n,m} \cos(m\lambda) + \bar{S}_{n,m} \sin(m\lambda)) \bar{P}'_{n,m}(\sin\phi) \\ (\bar{C}_{n,m} \cos(m\lambda) + \bar{S}_{n,m} \sin(m\lambda)) \bar{P}'_{n,m}(\sin\phi) \\ (-m\bar{C}_{n,m} \sin(m\lambda) + m\bar{S}_{n,m} \cos(m\lambda)) \bar{P}'_{n,m}(\sin\phi) \end{bmatrix}$$

- o Schwerefeld-Modell: GGM03S [2]

- o Transformation ECI \leftrightarrow ECEF nach IERS Convention 1996

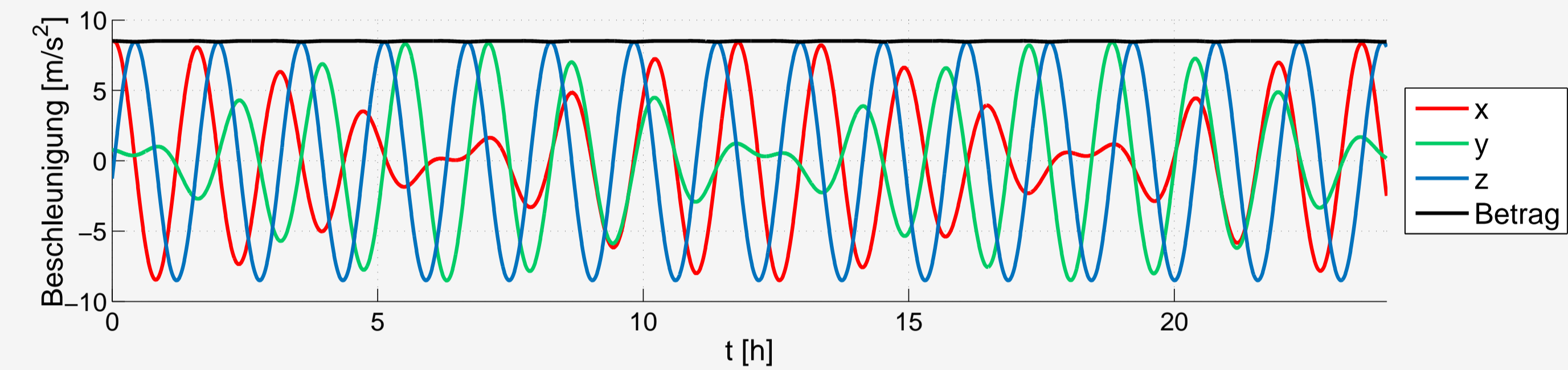


Abb. 1: Beschleunigung des Satelliten durch das Schwerefeld der Erde im ECEF

3. Beschleunigung durch Gezeiten

- o Direkte und indirekte Gezeiten von Mond, Sonne, Venus und Jupiter
- o Die Störbeschleunigung beträgt etwa 10^{-6} bzw. 10^{-7} m/s²

$$\mathbf{a}_{\text{direkte Gezeiten}} = GM_i \left(\frac{\mathbf{r}_i - \mathbf{r}}{r_i - r}^3 - \frac{\mathbf{r}_i}{r_i^3} \right)$$

- o Planetare und lunare Ephemeriden: DE430 [4]

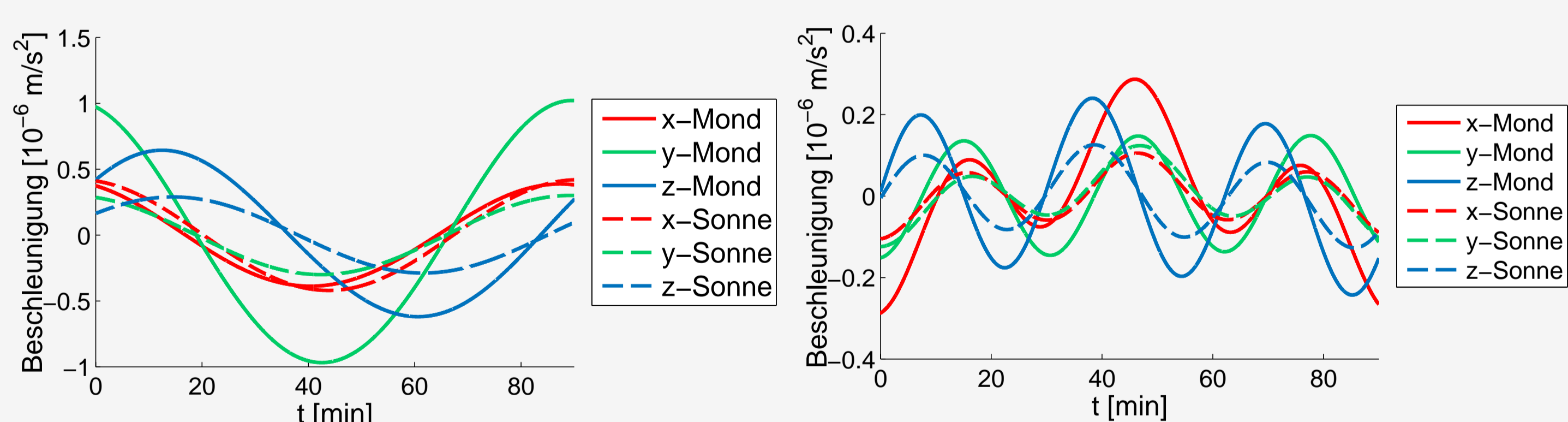


Abb. 2: Direkte Gezeiteneinflüsse

Abb. 3: Indirekte Gezeiteneinflüsse

4. Beschleunigung durch atmosphärische Reibung

- o Verwendung von NRLMSISE-00 [5] (mit $a_p, F_{10.7}$) zur Beschreibung der atmosphärischen Dichte
- o Relative Geschwindigkeit zu co-rotierenden Luftmassen und HWM07 [6]

$$\mathbf{a}_{\text{atmos}} = -\frac{1}{2} C_D \frac{A}{m} \rho v_{\text{rel}}^2 \frac{\mathbf{v}_{\text{rel}}}{|\mathbf{v}_{\text{rel}}|}$$

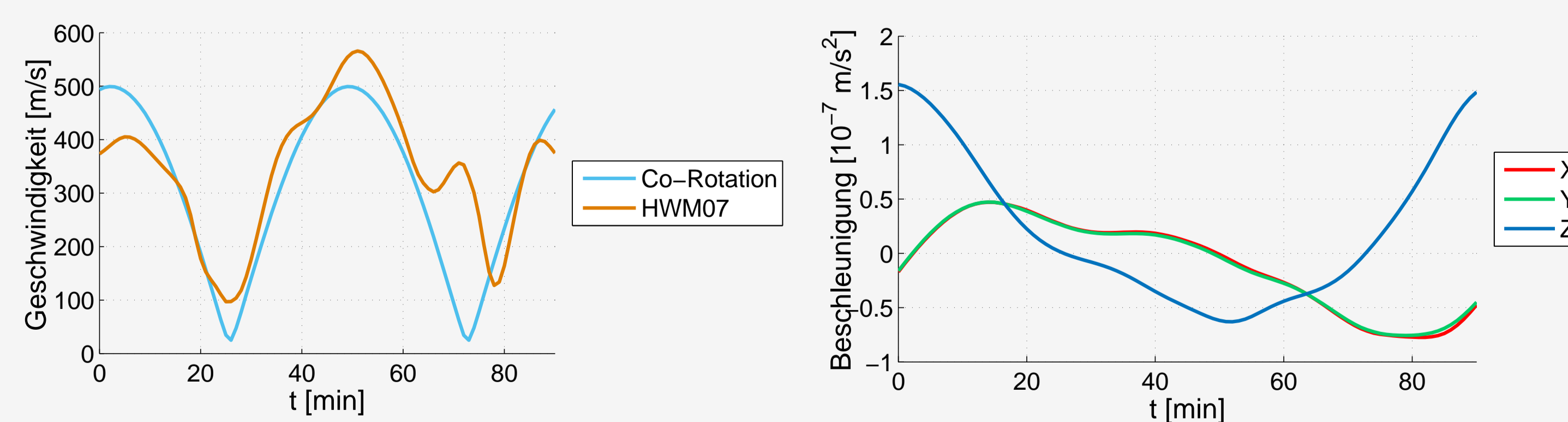


Abb. 4: Norm der Windgeschwindigkeit bei Co-Rotation bzw. nach HWM07

Abb. 5: Beschleunigung des Satelliten durch atmosphärische Reibung (ECI)

5. Übersicht der modellierten Beschleunigungen

Effekt	Modell/Daten
Erdschwerefeld	GGM03S (max. Grad 180)
Beschleunigung durch Gezeiten	Ephemeriden: DE430
Atmosphärische Reibung	NRLMSISE-00 mit HWM07
Ozeangezeiten/Polgezeiten	In Bearbeitung
Strahlungsdruck der Sonne	In Bearbeitung
Erdalbedo	Noch nicht berücksichtigt
Relativistische Effekte	Noch nicht berücksichtigt

6. Numerische Integration nach Runge-Kutta

Ein-Schritt-Verfahren: $\mathbf{y}(t_0) \rightarrow \mathbf{y}(t_1)$ mit $t_1 = t_0 + h$ [3]

$$\mathbf{y}(t_1) = \mathbf{y}(t_0) + h \cdot \Phi(t_0, \mathbf{y}(t_0))$$

$$\Phi(t_0, \mathbf{y}(t_0)) \approx \dot{\mathbf{y}}(t_0) = \begin{pmatrix} \mathbf{v}(t_0) \\ \mathbf{a}(t_0) \end{pmatrix}$$

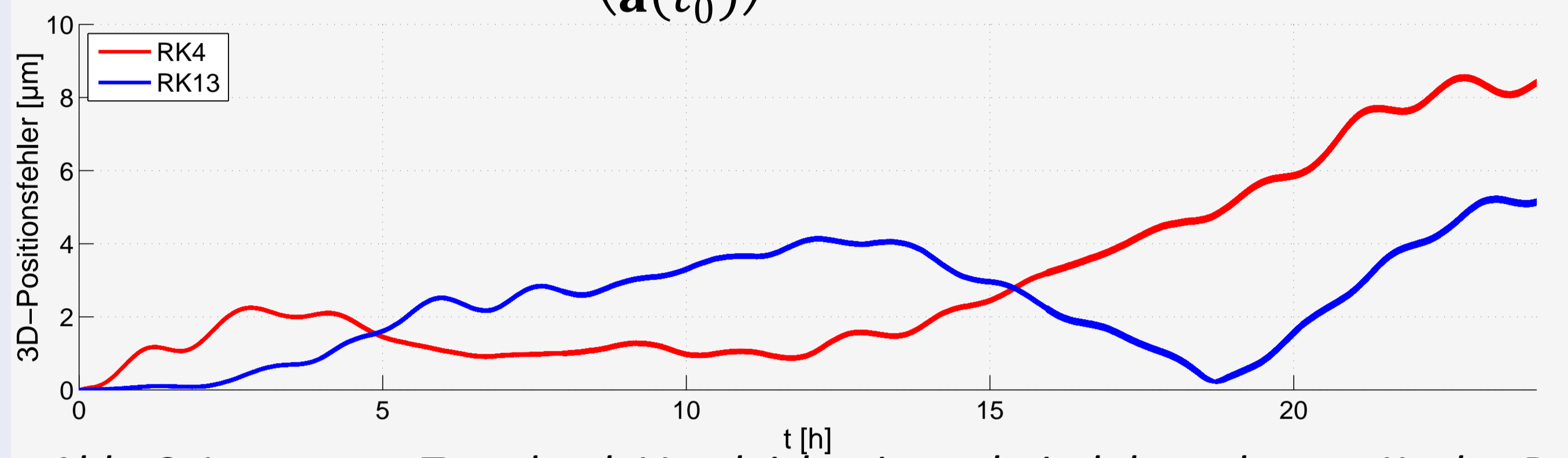


Abb. 6: Integrator-Test durch Vergleich mit analytisch berechneter Kepler-Bahn

7. Ergebnisse der Satellitenbahnmodellierung

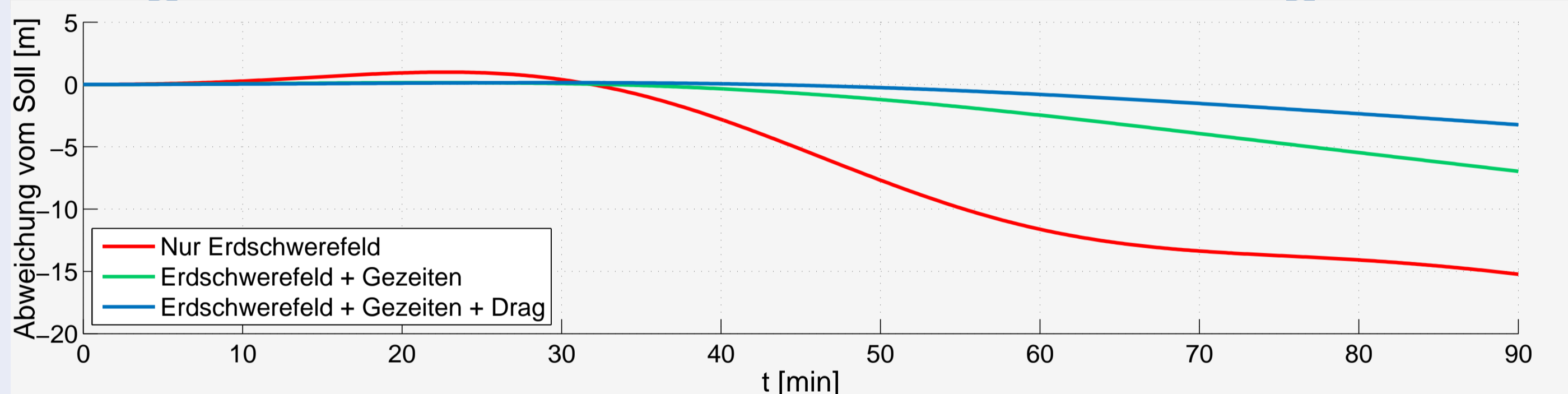


Abb. 7: Abweichung der modellierten SWARM-Bahn vom Soll-Orbit (in-track)

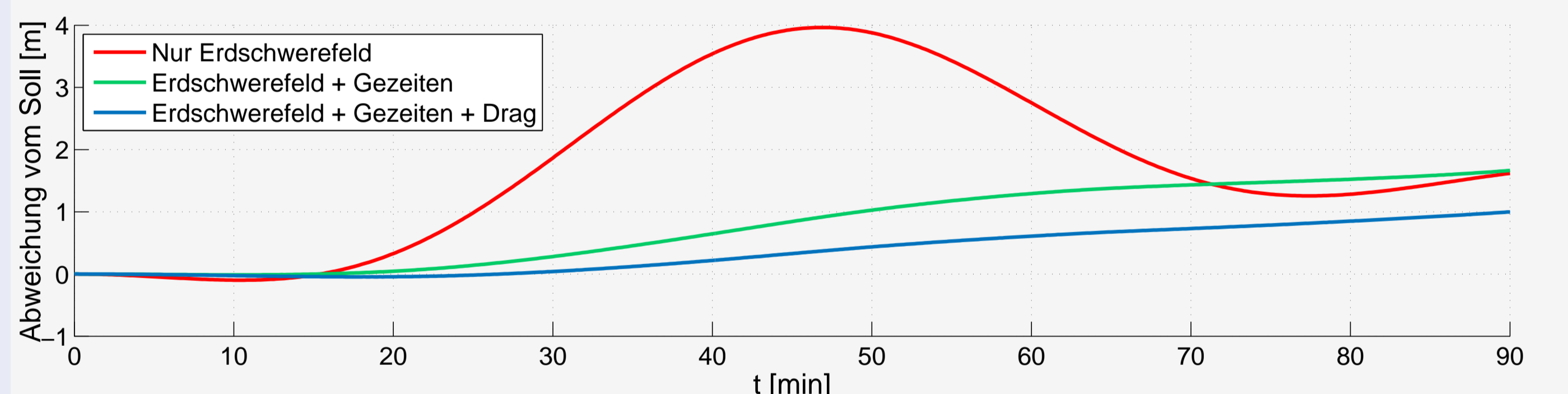


Abb. 8: Abweichung der modellierten SWARM-Bahn vom Soll-Orbit (cross-track)

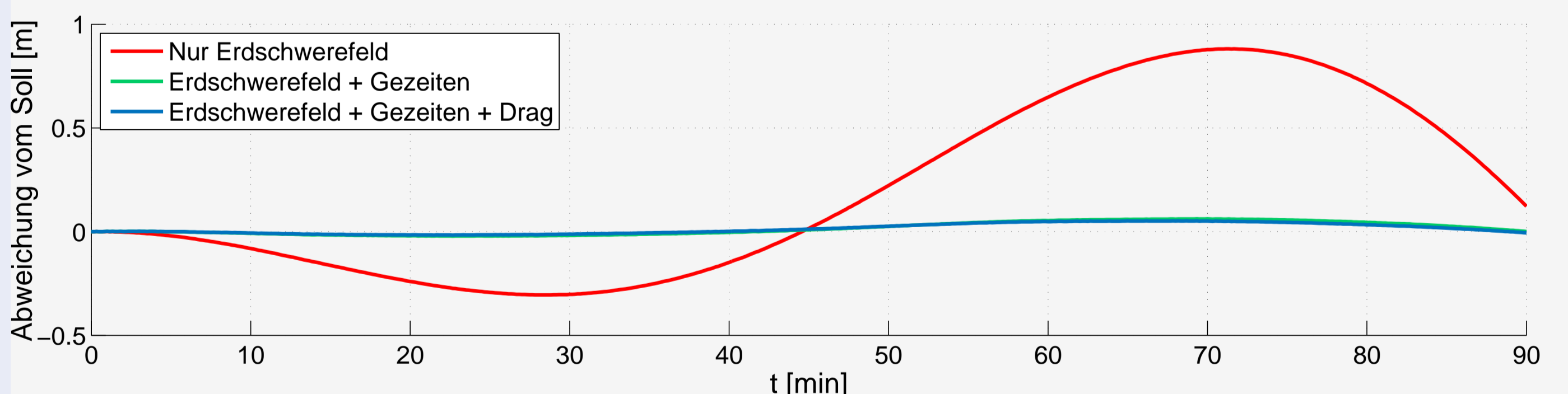


Abb. 9: Abweichung der modellierten SWARM-Bahn vom Soll-Orbit (normal)

Bisher erreichte Modellierungsgenauigkeit nach 90 Minuten: 3 bis 4 m

8. Ausblick

- o Modellierung zusätzlicher Effekte um Fehler auf cm-Level zu senken
- o Implementierung weiterer Integratoren
- o Optimierung der Integrations-Schrittweite
- o Laufzeitverbesserung des in Matlab implementierten Programms

9. Referenzen

- [1] M. Sharifi: *Satellite Gradiometry Using a Satellite Pair*, 2004.
- [2] B. Tapley et al.: *The GGM03 Mean Earth Gravity Model from GRACE*, 2007.
- [3] O. Montenbruck & E. Gill: *Satellite Orbits – Models, Methods and Applications*, 2000.
- [4] W. Folkner et al.: *The Planetary and Lunar Ephemerides DE430 and DE431*, 2014.
- [5] J. Picone et al.: *NRLMSISE-00 Empirical Model of the Atmosphere: Statistical Comparisons and Scientific Issues*, 2002.
- [6] D. Drob et al.: *An Empirical Model of the Earth's Horizontal Wind Fields: HWM07*, 2008.